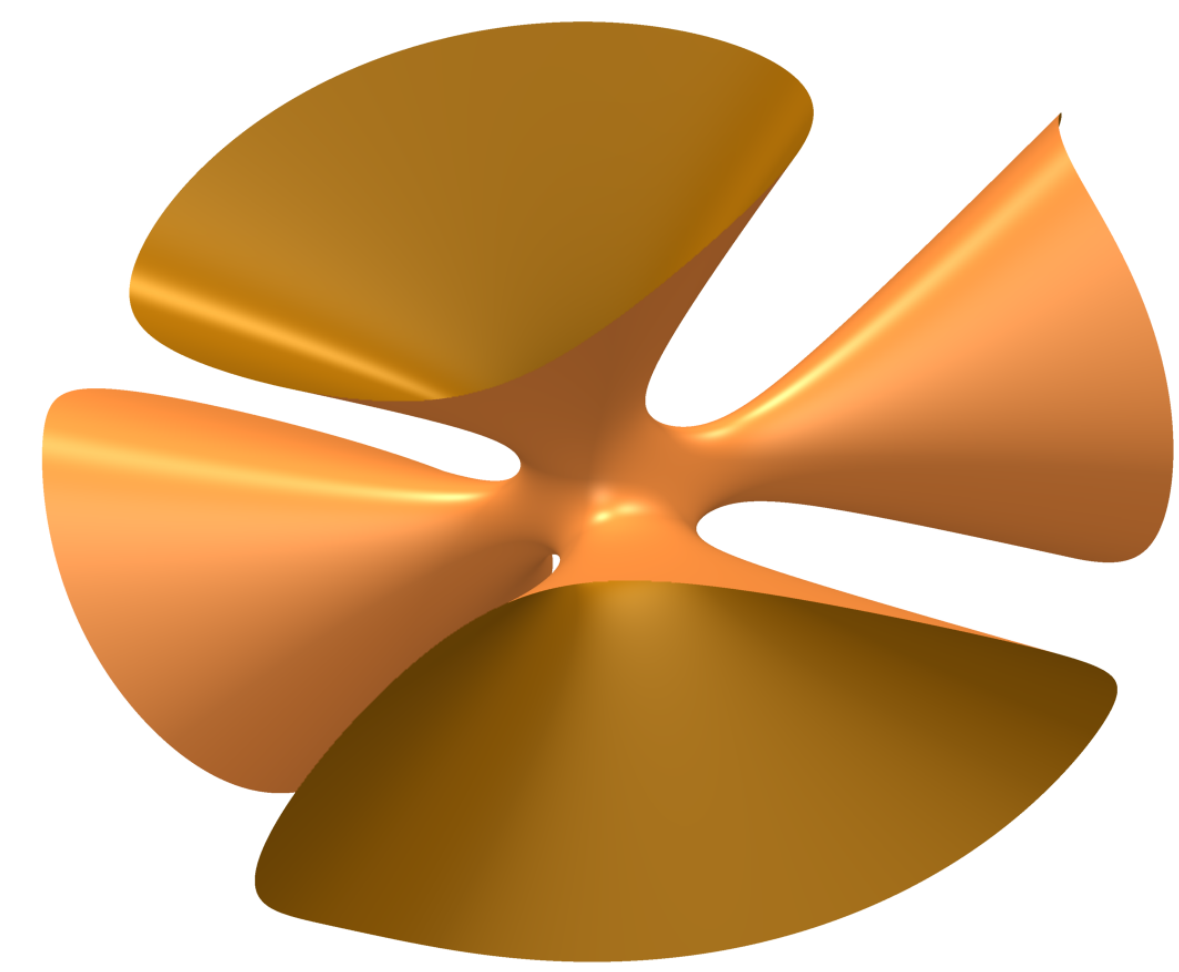
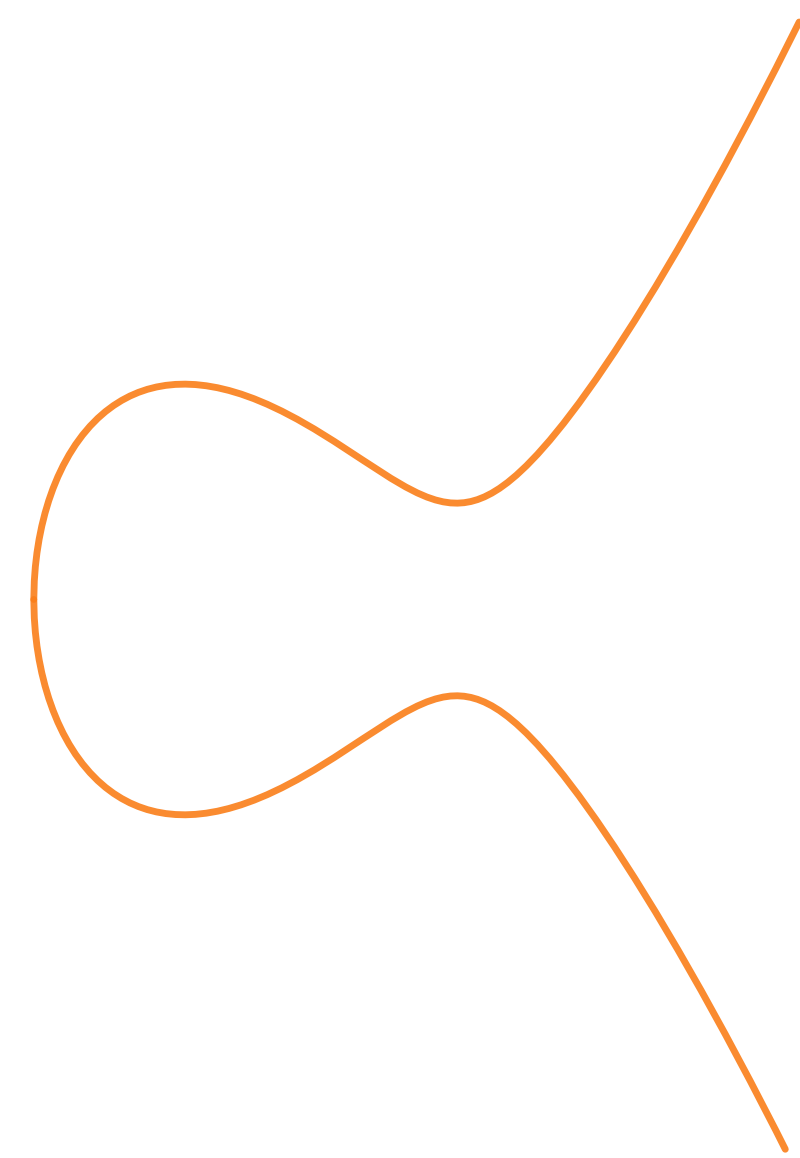


Dimension



$$x^3 + y^3 + z^3 + 1 = (x + y + z + 1)^3$$

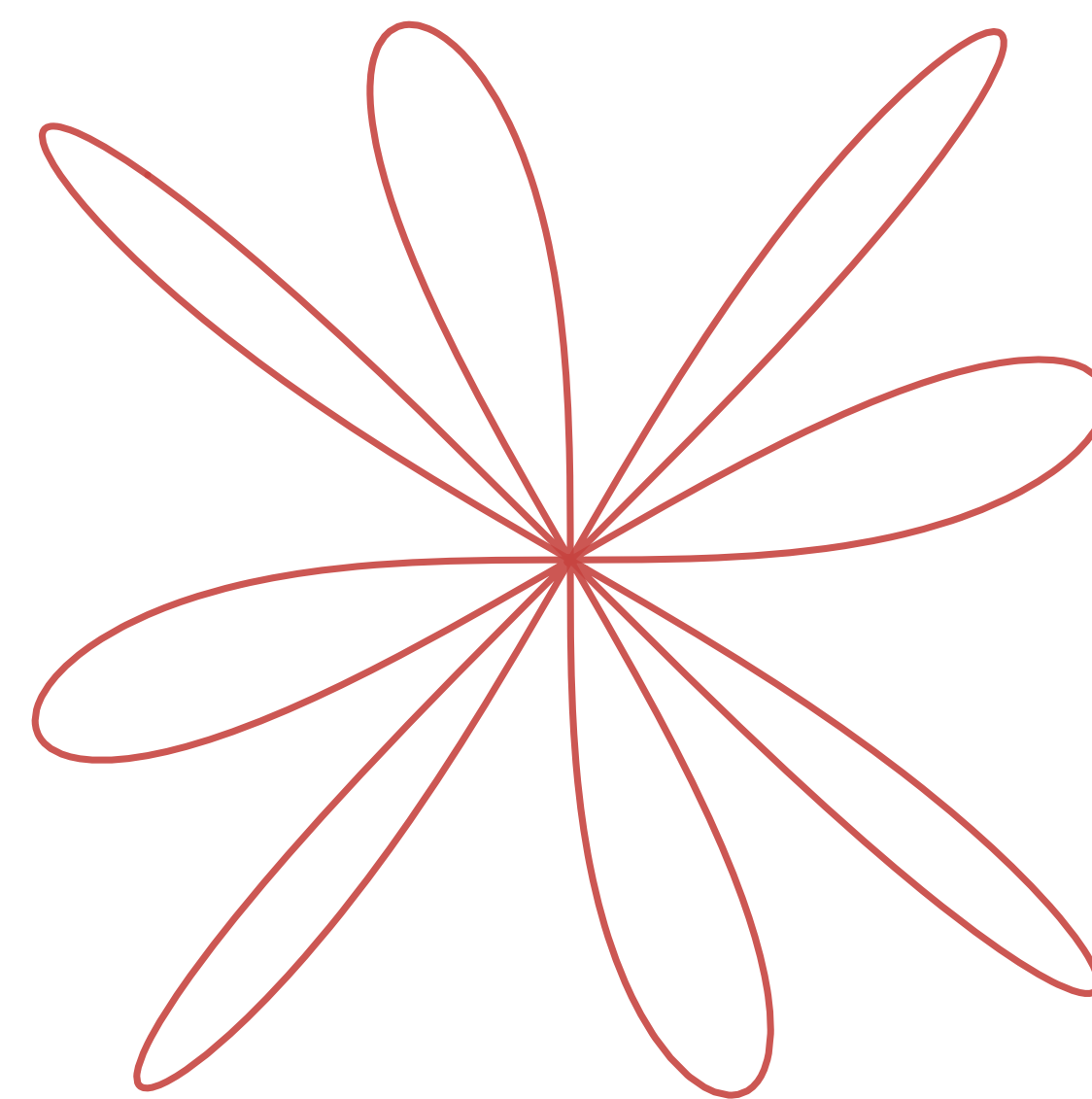
Clebsche Fläche



$$2y^2 - x^3 + 3x - 3 = 0$$

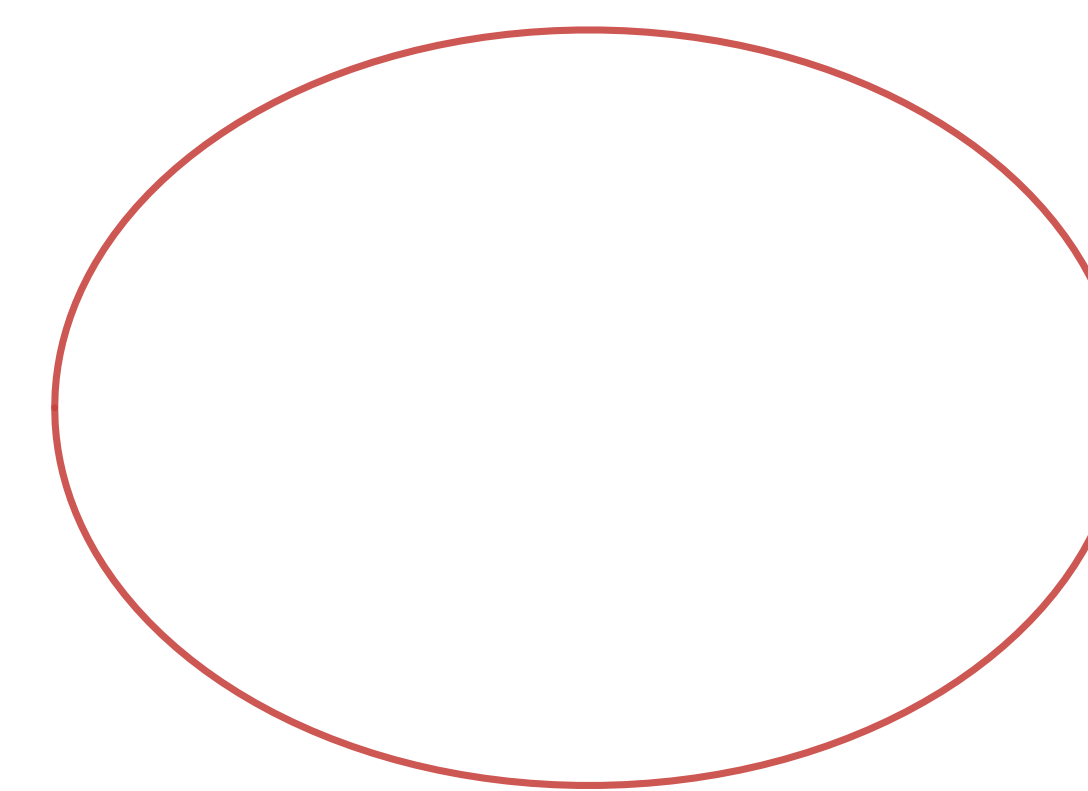
Elliptische Kurve

Grad – Degree



$$xy(x^2 - y^2)(x^2 - 3y^2)(y^2 - 3x^2) + y^{10} + x^{10} = 0$$

Blüte



$$x^2 + 2y^2 - 1 = 0$$

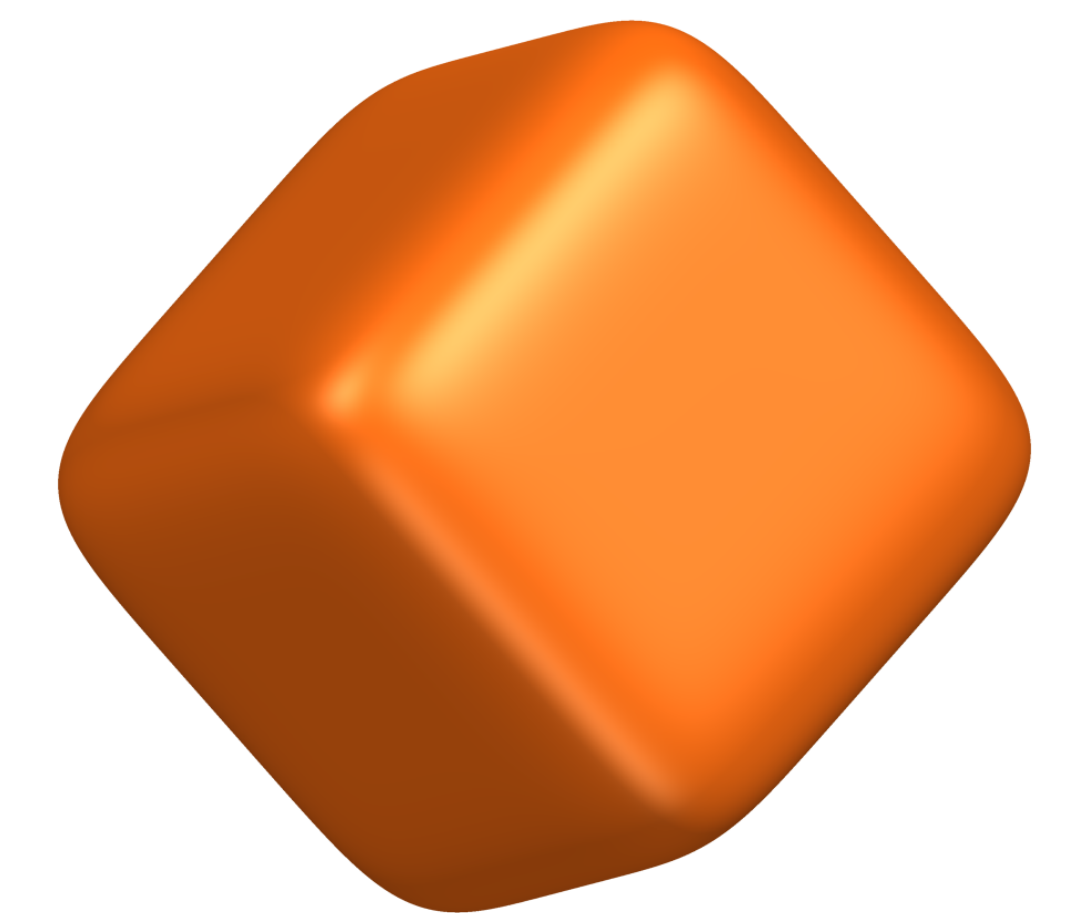
Ellipse

Irreduzibilität – Irreducibility



$$x^2 - y^2 = 0$$

Koordinatenkreuz



$$x^6 + y^6 + z^6 - 1 = 0$$

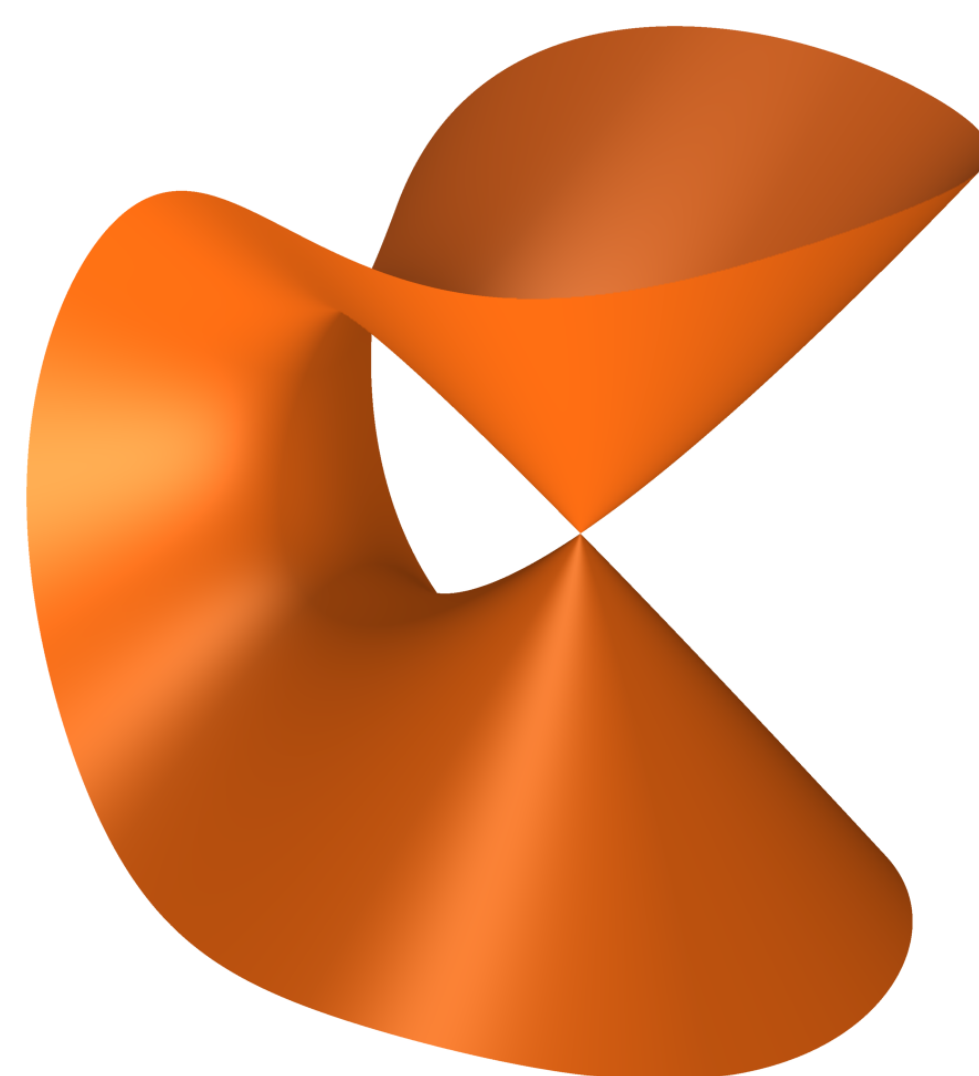
ℓ^6 -Einheitskugel

Glattheit – Smoothness



$$x^2 - y^2 - z = 0$$

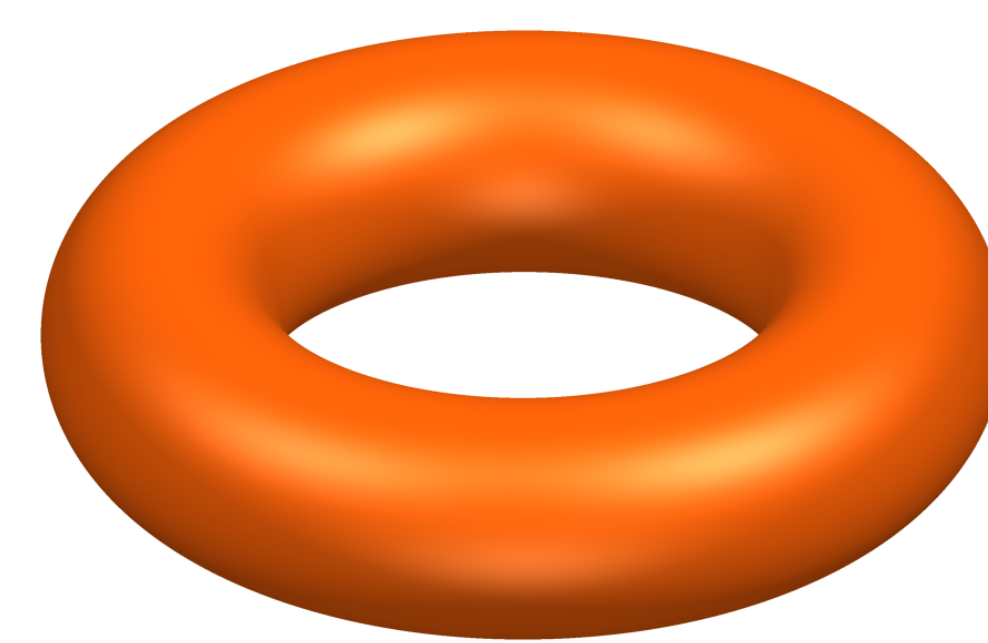
Parabolisches Hyperboloid



$$x^2 + y^2 + x^3 - z^2 = 0$$

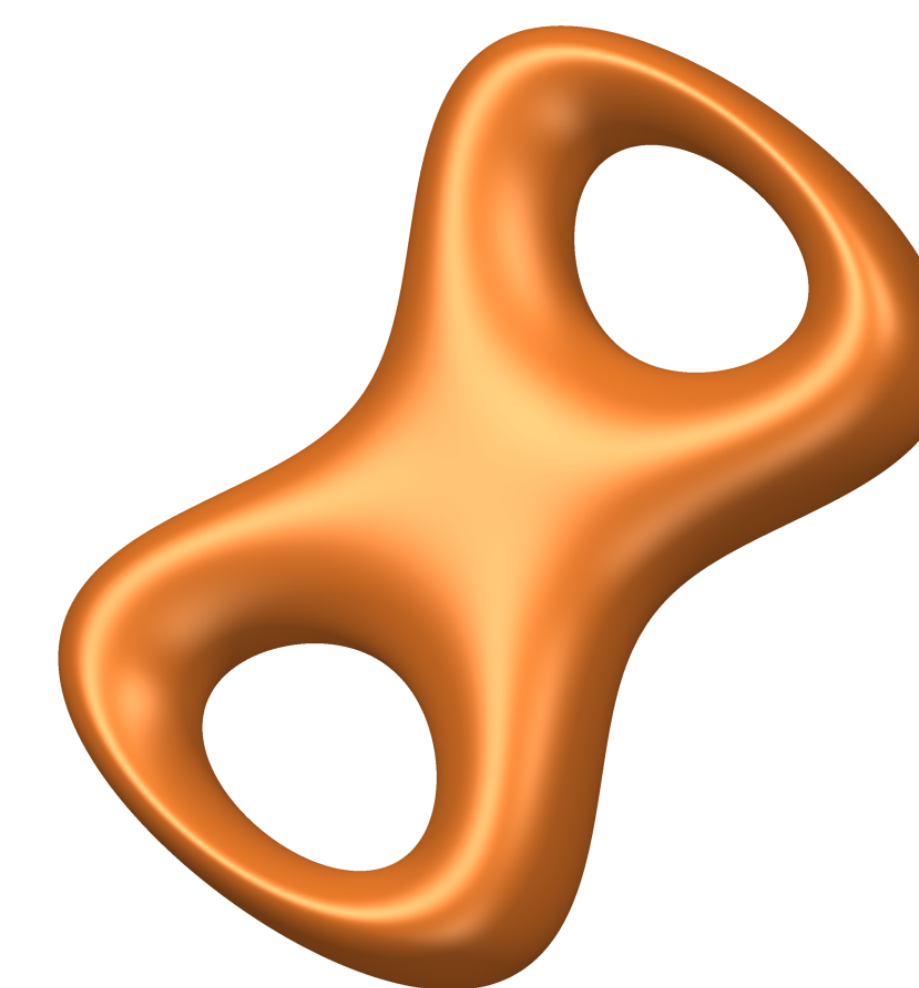
Nodale kubische Fläche

Geschlecht – Genus



$$(x^2 + y^2 + z^2 + 8)^2 = 36(x^2 + y^2)$$

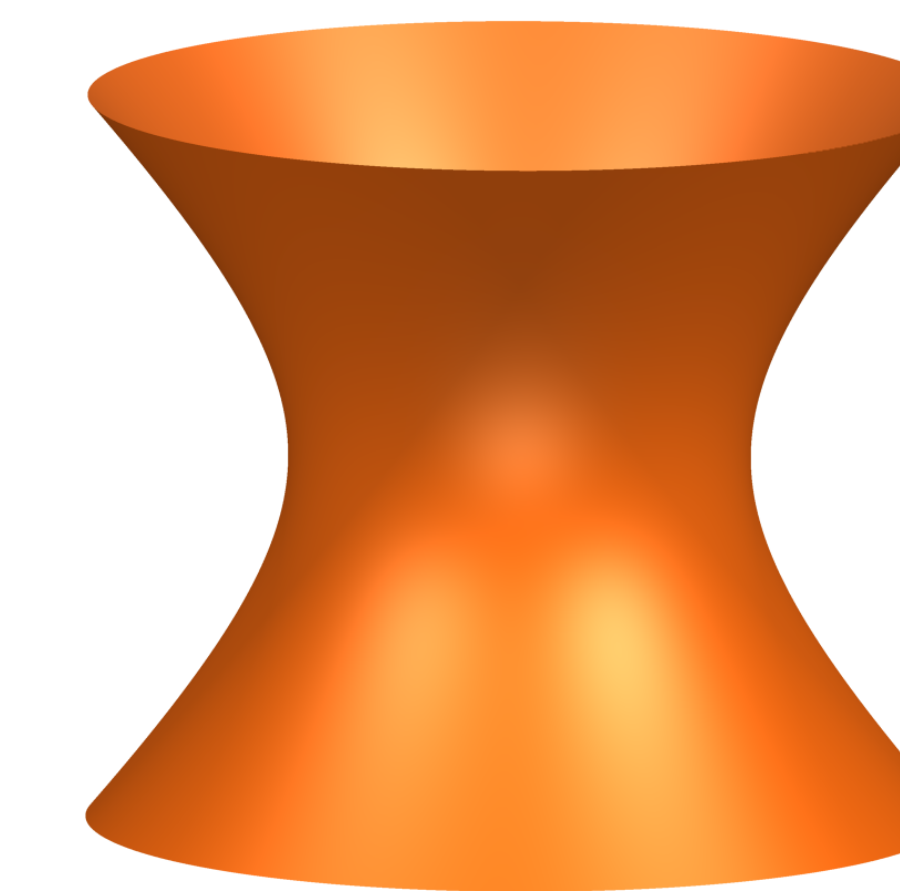
Torus



$$(x^4 - 1, 2x^2 + y^2)^2 + z^2 = 0,05$$

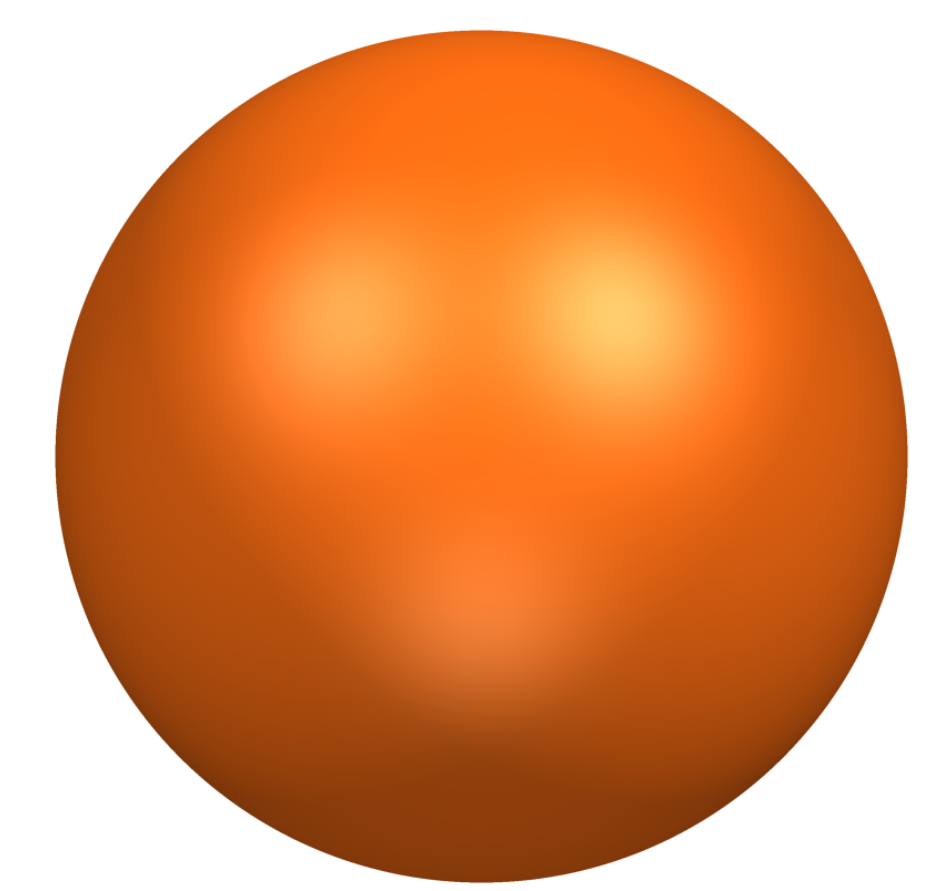
Acht

Krümmung – Curvature



$$x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0$$

Einschaliges Hyperboloid



$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$$

Kugel

Hintergrund

Was ist ein Polynom?

Ein **Polynom** ist ein mathematischer Ausdruck geformt aus Zahlen und Variablen x, y, z , verbunden durch Addition, Subtraktion und Multiplikation.

$$f(x) = x \cdot x + 2x - 3, \quad g(x, y) = x^2y + 2x - y - 2, \\ h(x, y, z) = x^2yz^6 - 3xz + y - 1$$

Diese Polynome sind gegeben in einer, zwei bzw. drei Variablen. Eine Exponentialfunktion wie 2^x ist hingegen kein Polynom.

Von Polynomen zu Flächen im Raum

Wir können ein Polynom **auswerten**, indem wir für jede Variable eine reelle Zahl einsetzen:

$$f(1) = 1^2 + 2 - 3 = 0, \quad g(1, 1) = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 - 2 = 0, \\ h(1, \pi, \sqrt{2}) = (\sqrt{2})^6 \cdot \pi - 3\sqrt{2} + \pi - 1 \approx 23,031693 \dots$$

Zu jedem Polynom in drei Variablen $f(x, y, z)$ können wir seine **Nullstellenmenge** im Raum \mathbb{R}^3 betrachten, also die Lösungsmenge der Gleichung $f(x, y, z) = 0$.

Was ist algebraische Geometrie?

Die algebraische Geometrie ist ein Teilgebiet der Mathematik, welches sich mit den Nullstellenmengen von Polynomen beschäftigt. Diese Kurven und Flächen werden **algebraische Varietäten** genannt und weisen viele interessante Eigenschaften auf, einige sind auf diesem Plakat illustriert.

Die algebraische Geometrie findet vielfältige Anwendungen in Wissenschaft und Technik, etwa durch Verschlüsselung mit elliptischen Kurven, Analyse von Roboterkinematik, digitale Bildrekonstruktion, theoretische Physik, ...